

外部性、产权与公共资源

根据手写讲义整理、补全与习题详解

微观经济学复习讲义

2026 年 6 月 9 日

本章把手写稿中的内容整理成可直接复习的讲义：外部性的定义、消费外部性、生产外部性、庇古税、产权与科斯定理、正外部性例子、公地悲剧、公共资源的博弈解释，以及无限重复博弈中合作的维持条件。手写稿中若有省略，本讲义按标准微观经济学框架补全，并在最后加入较多习题与详细推导解答。

目录

1 本章地图：先知道每个模块在解决什么问题	2
2 外部性的定义、分类与容易混淆的地方	2
2.1 定义	2
2.2 分类	2
3 消费外部性：吸烟、讨厌烟与 Edgeworth 盒图	3
3.1 图形直觉	3
3.2 可用的数学表达	4
3.3 法律权利、谈判与收入效应	4
4 生产外部性：污染企业与受害企业	5
4.1 私人均衡：污染者只管自己的利润	5
4.2 社会有效配置：合并利润或社会计划者	5
4.3 手写稿中的数值例子	6
5 纠正外部性的办法一：庇古税与数量管制	7
5.1 庇古税的基本逻辑	7
5.2 数量管制与税的比较	7
6 纠正外部性的办法二：产权、交易与科斯定理	8
6.1 产权判给受害者：污染者购买排污权	8
6.2 产权判给污染者：受害者购买减排	8

目录	2
7 正外部性：果园与养蜂人的例子	9
7.1 分散决策	9
7.2 合并决策	9
8 公共资源与公地悲剧	10
8.1 公共物品：Samuelson 条件	10
8.2 公共资源：平均收益与边际收益	10
9 公共资源的博弈论解释：捕鱼模型	11
9.1 模型设定	11
9.2 纳什均衡的推导	11
9.3 合作选择为何更好	12
9.4 无限重复博弈：什么时候可以合作	13
10 考试解题模板	13
10.1 模板 1：生产外部性题	13
10.2 模板 2：公地悲剧题	14
10.3 模板 3：科斯定理题	14
11 练习题与详细解答	15
附录：手写原图备查	23

1 本章地图：先知道每个模块在解决什么问题

市场失灵的一个核心来源是：市场价格只让决策者看到自己的成本和收益，却没有自动让他看到自己给别人造成的成本或收益。外部性分析的基本套路很固定：

- 1. 写出私人决策者的目标函数，得到**私人一阶条件**；
- 2. 写出社会计划者或合并企业的目标函数，得到**社会一阶条件**；
- 3. 比较二者缺了哪一项，这一项就是**外部边际损害或外部边际收益**；
- 4. 设计机制把这一项放回私人决策里：庇古税、补贴、产权交易、排污权、数量管制，或者长期关系中的合作惩罚机制。

核心结论

若某行为产生负外部性，私人边际成本低于社会边际成本，所以私人选择的数量通常过高。若产生正外部性，私人边际收益低于社会边际收益，所以私人选择的数量通常过低。

负外部性： $MB = MC_{private}$ 但社会要 $MB = MC_{private} + MD$.

正外部性： $MB_{private} = MC$ 但社会要 $MB_{private} + MEB = MC$.

2 外部性的定义、分类与容易混淆的地方

2.1 定义

外部性 (externality) 指的是：一个经济主体的行动，直接影响另一个经济主体的效用或生产可能性，但这种影响没有通过完整的市场价格机制得到补偿或收费。

更形式化地说，如果个体 i 的效用函数不仅取决于自己的消费 x_i ，还取决于别人的行动 a_j ,

$$U_i = U_i(x_i, a_j), \quad j \neq i,$$

或者企业 i 的生产成本不仅取决于自己的产量 q_i ，还取决于别人的行动 a_j ,

$$C_i = C_i(q_i, a_j),$$

且 a_j 的影响没有被价格完全内部化，就存在外部性。

2.2 分类

分类	含义	例子
消费外部性	一个人的消费直接影响另一个人的效用	室友吸烟影响你；邻居花园让你愉悦；噪音影响休息

生产外部性	一个企业或个人的生产行为影响他人的生产成本或生产函数	上游工厂排污提高下游企业净化成本；果园帮助养蜂人提高蜂蜜产量
负外部性	行为给别人带来损害, 但行为者不付足成本	污染、拥堵、噪音、过度捕捞
正外部性	行为给别人带来好处, 但行为者不能收取足够收益	疫苗、知识溢出、蜜蜂授粉、街区美化

易错点

价格变化本身不一定是外部性。如果你买更多苹果导致苹果价格上升，别人买苹果更贵，这叫**金钱外部性**或**价格外部性** (pecuniary externality)。在完全竞争、市场完备时，这通常不是福利意义上的外部性。真正导致市场失灵的是**技术性外部性** (technological externality)：你的行动直接进入别人的效用或生产函数，且没有相应市场价格。

3 消费外部性：吸烟、讨厌烟与 Edgeworth 盒图

手写稿的第一幅图是在 Edgeworth 盒图中讨论消费外部性。可以把它理解为：A 喜欢吸烟，B 讨厌烟味；除了普通商品（如食品）之外，还存在一个会影响别人效用的行为或商品：烟。

3.1 图形直觉

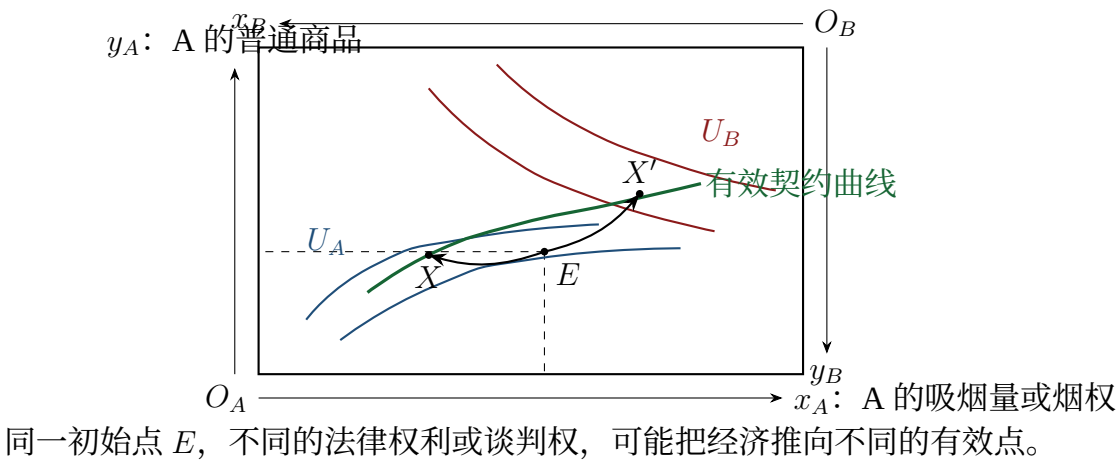


图 1: 消费外部性下的 Edgeworth 盒图：吸烟者 A 与讨厌烟味的 B

图中 E 是初始配置。若没有吸烟外部性，标准交换经济中有效点由两人的无差异曲线相切给出。但现在 A 的吸烟行为直接影响 B，所以单纯看 A 的私人选择会遗漏 B 的损害。

3.2 可用的数学表达

设 x 表示 A 的吸烟量, y_A, y_B 表示普通商品, A 的效用为

$$U_A = U_A(x, y_A),$$

B 的效用受到烟味影响:

$$U_B = U_B(x, y_B), \quad \frac{\partial U_B}{\partial x} < 0.$$

如果 x 每增加一单位需要用普通商品支付边际资源成本 c , 帕累托有效配置可以写成:

$$\max_{x, y_A, y_B} U_A(x, y_A) \quad \text{s.t.} \quad U_B(x, y_B) \geq \bar{U}_B, \quad y_A + y_B + cx = \omega.$$

拉格朗日函数为

$$\mathcal{L} = U_A(x, y_A) + \lambda(U_B(x, y_B) - \bar{U}_B) + \mu(\omega - y_A - y_B - cx).$$

一阶条件给出

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_A}{\partial y_A} &= \mu, & \lambda \frac{\partial U_B}{\partial y_B} &= \mu, \\ \frac{\partial U_A}{\partial x} + \lambda \frac{\partial U_B}{\partial x} &= \mu c. \end{aligned}$$

因此

$$\frac{\partial U_A / \partial x}{\partial U_A / \partial y_A} + \frac{\partial U_B / \partial x}{\partial U_B / \partial y_B} = c.$$

由于 $\partial U_B / \partial x < 0$, 第二项是负数, 所以有效条件可以读作:

$$\underbrace{\text{MRS}_A^{xy}}_{A \text{ 的边际愿付}} - \underbrace{\text{MD}_B}_{B \text{ 的边际损害}} = \underbrace{c}_{\text{资源边际成本}}.$$

核心结论

外部性问题的本质不是“有没有人受到影响”, 而是“受到影响的人是否能在决策者的一阶条件中被看见”。A 私人吸烟只看自己的边际收益和成本; 社会有效条件还要减去 B 的边际损害。

3.3 法律权利、谈判与收入效应

手写稿中的 X 和 X' 可以理解为两种权利分配下谈判得到的有效点:

- 若法律默认 A 有吸烟权, B 想减少烟味, 就需要补偿 A;
- 若法律默认 B 有清洁空气权, A 想吸烟, 就需要补偿 B。

若交易成本为零、产权明确、信息充分, 双方可以通过谈判到达某个帕累托有效点。但初始权利会影响财富分配; 在存在收入效应时, 它甚至会影响最终落在契约曲线上的哪一个点。

4 生产外部性：污染企业与受害企业

手写稿中最重要的生产外部性模型是：企业 S 生产产品 s ，同时排放污染 x ；企业 F 生产产品 f ，但污染 x 会提高它的生产成本。

设

$$C_S = C_S(s, x), \quad C_F = C_F(f, x),$$

其中

$$\frac{\partial C_S}{\partial x} \leq 0, \quad \frac{\partial C_F}{\partial x} > 0.$$

这里的 x 可以理解为污染排放量。对污染企业 S 来说，多排放可能节省治理成本，所以 $C_{Sx} \leq 0$ ；对受害企业 F 来说，污染越多，成本越高，所以 $C_{Fx} > 0$ 。

4.1 私人均衡：污染者只管自己的利润

污染企业 S 的私人利润最大化为

$$\max_{s, x} \pi_S = p_s s - C_S(s, x).$$

一阶条件为

$$p_s = \frac{\partial C_S}{\partial s}, \quad 0 = -\frac{\partial C_S}{\partial x}.$$

第二个条件的含义是：污染企业只把 x 对自己成本的影响算进去。若它已经排到让自己不再进一步节省成本的位置，就停止；但它没有考虑 x 对企业 F 的损害。

企业 F 的私人利润最大化为

$$\max_f \pi_F = p_f f - C_F(f, x),$$

所以

$$p_f = \frac{\partial C_F}{\partial f}.$$

注意：在私人均衡中， F 只能被动承受 x ，所以 F 的一阶条件并不会约束 S 的排污。

4.2 社会有效配置：合并利润或社会计划者

若把两家企业合并，或由社会计划者选择 (s, f, x) ，目标函数为

$$\max_{s, f, x} p_s s + p_f f - C_S(s, x) - C_F(f, x).$$

一阶条件是

$$p_s = \frac{\partial C_S}{\partial s}, \quad p_f = \frac{\partial C_F}{\partial f},$$

$$0 = -\frac{\partial C_S}{\partial x} - \frac{\partial C_F}{\partial x}, \quad \text{即} \quad -\frac{\partial C_S}{\partial x} = \frac{\partial C_F}{\partial x} > 0.$$

核心结论

社会有效排污量满足：污染者多排一单位带来的私人节省 $-C_{Sx}$ ，等于受害者多承受一单位污染的边际损害 C_{Fx} 。私人均衡只满足 $-C_{Sx} = 0$ ，所以通常排污过多。

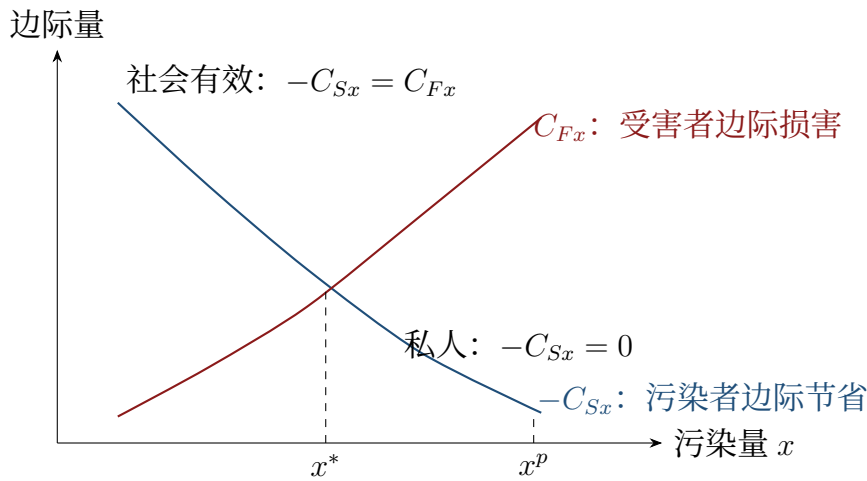


图 2: 生产外部性：私人排污量 x^p 通常大于社会有效排污量 x^*

4.3 手写稿中的数值例子

例题

设

$$C_S(s, x) = s^2 + (x - 3)^2, \quad C_F(f, x) = f^2 + 2x.$$

私人决策：

$$\max_{s, x} p_s s - s^2 - (x - 3)^2.$$

一阶条件：

$$p_s - 2s = 0 \Rightarrow s^p = \frac{p_s}{2}, \quad -2(x - 3) = 0 \Rightarrow x^p = 3.$$

受害企业：

$$\max_f p_f f - f^2 - 2x, \quad p_f - 2f = 0 \Rightarrow f^p = \frac{p_f}{2}.$$

社会计划者：

$$\max_{s, f, x} p_s s + p_f f - s^2 - (x - 3)^2 - f^2 - 2x.$$

一阶条件：

$$\begin{aligned} p_s - 2s &= 0, & p_f - 2f &= 0, \\ -2(x - 3) - 2 &= 0 & \Rightarrow & x^* = 2. \end{aligned}$$

因此

$$x^p = 3 > x^* = 2.$$

这正是负生产外部性的典型结论：私人排污过多。

5 纠正外部性的办法一：庇古税与数量管制

5.1 庇古税的基本逻辑

对每单位污染 x 征收税 τ ，污染企业的问题变成

$$\max_{s,x} p_s s - C_S(s, x) - \tau x.$$

一阶条件为

$$p_s = \frac{\partial C_S}{\partial s}, \quad -\frac{\partial C_S}{\partial x} = \tau.$$

要让私人选择等于社会有效选择 x^* ，令

$$\tau^* = \frac{\partial C_F(f^*, x^*)}{\partial x}.$$

也就是说，最优庇古税等于在有效排污量处的边际外部损害。

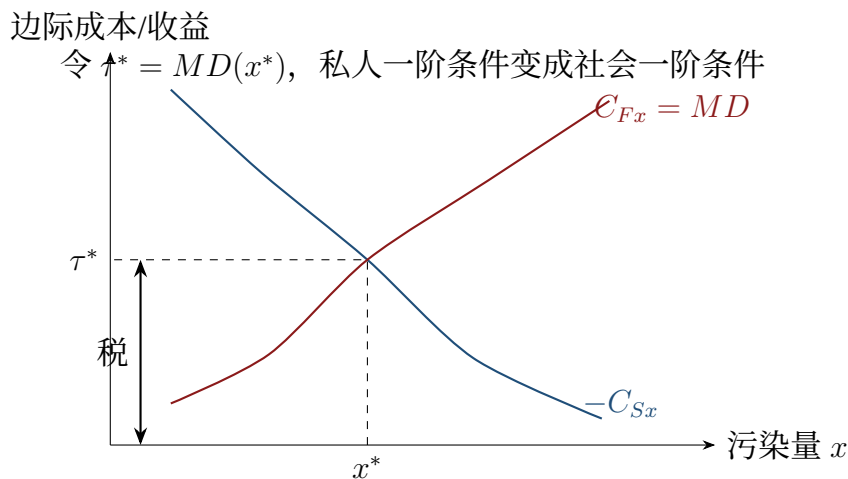


图 3: 庇古税：把外部边际损害放进污染者的私人成本

5.2 数量管制与税的比较

政府也可以直接规定污染上限 $x \leq x^*$ 。数量管制如果正好设在 x^* ，也能达到有效结果。但相对于税或可交易排污权，它有两个问题：

- 政府必须知道准确的边际损害与边际治理成本；
- 如果有多个企业，统一数量标准不一定让各企业边际治理成本相等，从而可能总成本更高。

易错点

考试中看到“最优税是多少”，通常不是让你背一个固定数字，而是让你写：

$$\tau^* = \text{有效产量或排污量处的边际外部损害.}$$

如果题目给了损害函数，就把 x^* 代进去。

6 纠正外部性的办法二：产权、交易与科斯定理

手写稿中写了两种产权分配：产权判给受害者，或产权判给污染者。关键结论是：若产权明确、交易成本为零，双方可以交易到有效配置；但初始产权会影响收入分配。

6.1 产权判给受害者：污染者购买排污权

若清洁环境权归企业 F ，污染企业 S 必须按价格 q 购买排污权。两家企业的问题可以写成

$$\begin{aligned}\max_{s,x} \pi_S &= p_s s - qx - C_S(s, x), \\ \max_f \pi_F &= p_f f + qx - C_F(f, x).\end{aligned}$$

一阶条件是

$$\begin{aligned}p_s &= \frac{\partial C_S}{\partial s}, & q &= -\frac{\partial C_S}{\partial x}, \\ p_f &= \frac{\partial C_F}{\partial f}, & q &= \frac{\partial C_F}{\partial x}.\end{aligned}$$

合并得

$$-\frac{\partial C_S}{\partial x} = \frac{\partial C_F}{\partial x},$$

这正是社会有效条件。

6.2 产权判给污染者：受害者购买减排

若污染权归企业 S ，给定总排污权 $\bar{x}$ ，企业 F 可以向 S 购买减少污染的权利。此时 S 若实际排污 x ，可以出售 $\bar{x} - x$ 的减排量，收益为 $q(\bar{x} - x)$ ：

$$\begin{aligned}\max_{s,x} \pi_S &= p_s s + q(\bar{x} - x) - C_S(s, x), \\ \max_f \pi_F &= p_f f - q(\bar{x} - x) - C_F(f, x).\end{aligned}$$

一阶条件仍给出

$$q = -\frac{\partial C_S}{\partial x} = \frac{\partial C_F}{\partial x}.$$

所以效率条件相同。

核心结论

科斯定理：若产权明确、交易成本为零、信息充分、谈判可执行，则无论初始产权如何分配，私人谈判都能实现有效配置。初始产权主要影响谁付钱、谁拿钱，即收入分配。

易错点

科斯定理不是说政府永远不用管。只要存在交易成本、人数太多、信息不对称、谈判失败、执行困难、财富效应很强，产权分配就可能影响效率，政府干预或制度设计仍然重要。

7 正外部性：果园与养蜂人的例子

手写稿中有一个经典正外部性例子：果园种苹果树，养蜂人得到授粉收益或成本下降。设果园种植量为 a ，养蜂数量为 h ：

$$C_A(a) = a^2, \quad C_H(h, a) = h^2 - a.$$

其中 $-a$ 表示：果园越大，养蜂人的成本越低，或收益越高。

7.1 分散决策

果园只最大化自己的利润：

$$\max_a \pi_A = p_a a - a^2.$$

一阶条件为

$$p_a - 2a = 0 \Rightarrow a^p = \frac{p_a}{2}.$$

养蜂人最大化：

$$\max_h \pi_H = p_h h - (h^2 - a).$$

由于 a 对养蜂人是外生的，关于 h 的一阶条件为

$$p_h - 2h = 0 \Rightarrow h^p = \frac{p_h}{2}.$$

7.2 合并决策

若果园与养蜂人合并，联合利润为

$$\max_{a,h} p_a a + p_h h - a^2 - (h^2 - a).$$

一阶条件：

$$p_a - 2a + 1 = 0 \Rightarrow \hat{a} = \frac{p_a + 1}{2} = \frac{p_a}{2} + \frac{1}{2},$$

$$p_h - 2h = 0 \Rightarrow \hat{h} = \frac{p_h}{2}.$$

因此

$$\hat{a} > a^p.$$

核心结论

正外部性导致私人供给不足。果园种树时只看到自己卖苹果的收益，没有看到给养蜂人带来的好处，所以私人种植量太低；合并或补贴会提高种植量。

8 公共资源与公地悲剧

手写稿最后进入公共资源和公地悲剧。先区分两个概念：

- **公共物品**：非竞争、非排他，例如国防、基础科研成果、灯塔的照明服务。有效条件是所有人的边际愿付相加等于边际成本。
- **公共资源**：竞争但难排他，例如公海渔场、公共牧场、拥堵道路。核心问题是过度使用。

8.1 公共物品：Samuelson 条件

设公共物品数量为 G ，私人消费为 x_i ，个体 i 的边际替代率为 MRS_i^{Gx} ，公共物品的边际转换成本为 MRT 。有效供给满足

$$\sum_i MRS_i^{Gx} = MRT.$$

为什么是“加总”？因为同一单位公共物品可以同时被所有人享受，所以社会边际收益是每个人边际愿付的总和。

8.2 公共资源：平均收益与边际收益

设公共牧场或公海渔场的总使用量为 C ，总产出价值为 $f(C)$ ，每单位进入成本为 a 。假设

$$f'(C) > 0, \quad f''(C) < 0.$$

社会最优选择 C 最大化净收益：

$$\max_C f(C) - aC.$$

一阶条件为

$$f'(C^*) = a.$$

开放进入下，个体只比较平均收益与自己的进入成本。进入会持续到

$$\frac{f(\hat{C})}{\hat{C}} = a.$$

由于 f 凹且 $f(0) = 0$ 时通常有

$$\frac{f(C)}{C} > f'(C),$$

所以

$$\hat{C} > C^*.$$

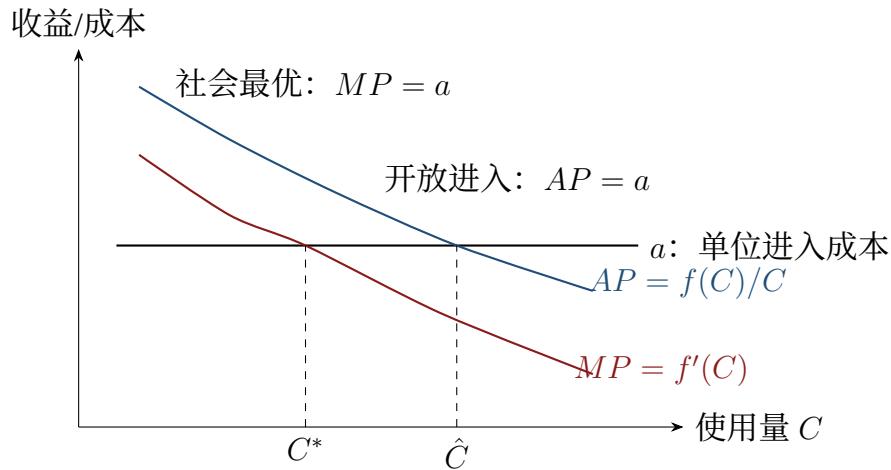


图 4: 公地悲剧：开放进入使用量 $\hat{C}$ 大于社会最优使用量 C^*

核心结论

公地悲剧不是“大家都笨”，而是个体没有承担自己进入后对其他使用者造成的平均收益下降。每个人看到的是自己的平均收益 AP ，社会要看的却是边际收益 MP 。

9 公共资源的博弈论解释：捕鱼模型

手写稿的最后两页给出一个非常重要的博弈论版本：A、B 两人决定捕鱼量，越多人捕鱼，鱼价或单位价值越低。

9.1 模型设定

A、B 分别选择捕鱼量 y_A, y_B 。单位鱼的价值为

$$V(y_A, y_B) = 200 - (y_A + y_B)^2.$$

由于

$$\frac{\partial V}{\partial y_A} = \frac{\partial V}{\partial y_B} = -2(y_A + y_B) < 0,$$

所以任何一方多捕一单位鱼都会降低所有人捕到的鱼的单位价值，这就是公共资源中的负外部性。

两人的收益为

$$\pi_A = y_A [200 - (y_A + y_B)^2], \quad \pi_B = y_B [200 - (y_A + y_B)^2].$$

9.2 纳什均衡的推导

A 的问题：

$$\max_{y_A} y_A [200 - (y_A + y_B)^2].$$

对 y_A 求导：

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial y_A} = 200 - (y_A + y_B)^2 - 2y_A(y_A + y_B).$$

展开得

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial y_A} = 200 - 3y_A^2 - 4y_A y_B - y_B^2.$$

A 的反应函数隐含满足

$$200 - 3y_A^2 - 4y_A y_B - y_B^2 = 0.$$

同理 B 的一阶条件为

$$200 - 3y_B^2 - 4y_A y_B - y_A^2 = 0.$$

在对称均衡中 $y_A = y_B = y$ ，代入得

$$200 - 8y^2 = 0 \Rightarrow y = 5.$$

所以

$$(y_A, y_B) = (5, 5)$$

是纳什均衡。此时单位价值

$$V = 200 - (10)^2 = 100,$$

每人收益

$$\pi_A = \pi_B = 5 \times 100 = 500.$$

9.3 合作选择为何更好

若两人都选择 4，单位价值为

$$V = 200 - (8)^2 = 136,$$

每人收益为

$$4 \times 136 = 544.$$

因此 (4, 4) 帕累托优于 (5, 5)。但如果 B 固定选 4，A 选择 5 的收益是

$$5[200 - (5 + 4)^2] = 5(119) = 595,$$

A 选择 4 的收益为 544，所以 A 有单边偏离的动机。B 也同理。

于是得到手写稿中的收益矩阵：

	B 选 4	B 选 5
A 选 4	(544, 544)	(476, 595)
A 选 5	(595, 476)	(500, 500)

核心结论

一次性博弈中, (5, 5) 是纳什均衡; 但 (4, 4) 对双方都更好。这是公共资源公地悲剧的博弈论形式, 也是囚徒困境结构。

9.4 无限重复博弈：什么时候可以合作

若两人无限期重复捕鱼博弈, 且采用“触发策略”(一方偏离后, 未来永远回到纳什均衡 (5, 5)), 则合作可能被维持。

若永远合作, 每期得 544, 现值为

$$V_C = 544 + 544\delta + 544\delta^2 + \cdots = \frac{544}{1 - \delta}.$$

(上式中的折现因子记为 δ 。)

若今天偏离, 今天拿 595, 以后被惩罚, 每期拿 500, 现值为

$$V_D = 595 + 500\delta + 500\delta^2 + \cdots = 595 + \frac{500\delta}{1 - \delta}.$$

合作可维持当且仅当

$$\frac{544}{1 - \delta} \geq 595 + \frac{500\delta}{1 - \delta}.$$

两边乘以 $1 - \delta > 0$:

$$544 \geq 595(1 - \delta) + 500\delta = 595 - 95\delta.$$

因此

$$95\delta \geq 51 \quad \Rightarrow \quad \delta \geq \frac{51}{95} \approx 0.537.$$

核心结论

玩家越有耐心, δ 越大, 未来惩罚越有威胁, 合作越容易维持。若 $\delta \geq 51/95$, 长期合作 (4, 4) 可以成为无限重复博弈中的均衡路径。

10 考试解题模板**10.1 模板 1：生产外部性题**

1. 写私人利润: $\pi_S = p_s s - C_S(s, x)$, 得到 $p_s = C_{Ss}$ 和 $-C_{Sx} = 0$ 。
2. 写社会目标: $W = p_s s + p_f f - C_S(s, x) - C_F(f, x)$ 。
3. 得到社会条件: $-C_{Sx} = C_{Fx}$ 。
4. 比较: 私人条件缺少 C_{Fx} , 所以负外部性下 $x^p > x^*$ 。
5. 最优税: $\tau^* = C_{Fx}(f^*, x^*)$ 。

10.2 模板 2：公地悲剧题

1. 社会最优： $\max_C f(C) - aC$ ，FOC 为 $f'(C^*) = a$ 。
2. 开放进入： $f(\hat{C})/\hat{C} = a$ 。
3. 若 f 凹， $AP > MP$ ，所以 $\hat{C} > C^*$ 。
4. 解释：个体没有考虑自己进入导致别人平均收益下降的外部成本。

10.3 模板 3：科斯定理题

1. 说明外部性与缺失市场：污染权或清洁权没有被定价。
2. 明确产权后写交易价格 q 。
3. 双方 FOC 联立得到 $-C_{Sx} = C_{Fx}$ 。
4. 结论：零交易成本下有效，但分配不同；现实中交易成本、信息、执行、人数会破坏结论。

11 练习题与详细解答

练习 1: 判断外部性的类型

判断以下情形是负外部性、正外部性、金钱外部性, 还是通常不算福利意义上的外部性, 并说明理由。

- (1) 工厂排污使下游企业净水成本上升。
- (2) 某人买入大量小麦导致小麦价格上涨, 其他消费者买小麦更贵。
- (3) 邻居精心打理花园, 你路过时心情变好。
- (4) 一个学生在自习室大声打电话, 影响别人学习。

详细解答

- (1) 负生产外部性。工厂的排污直接进入下游企业的成本函数, 使其生产成本提高, 且通常没有通过市场补偿。
- (2) 金钱外部性。价格上涨会影响别人, 但这种影响通过市场价格传递。如果市场是完全竞争且市场完备, 一般不构成技术性外部性导致的市场失灵。
- (3) 正消费外部性。邻居的消费或居住行为提高了你的效用, 但他未必能向你收费。
- (4) 负消费外部性。学生的行为直接降低他人的效用或学习效率, 没有通过价格机制补偿。

练习 2: 吸烟外部性的有效条件

设 A 的效用为

$$U_A = y_A + 10 \ln x,$$

B 的效用为

$$U_B = y_B - \frac{1}{2}x^2,$$

其中 x 是 A 的吸烟量, y_A, y_B 是普通商品。吸烟的资源边际成本为 $c = 1$ 。求社会有效吸烟量。

详细解答

社会计划者最大化 A 的效用并保证 B 的效用达到某个水平, 等价于最大化两人效用之和加上常数项:

$$W = y_A + y_B + 10 \ln x - \frac{1}{2}x^2 - x.$$

其中 $-x$ 是吸烟的资源成本。对 x 求一阶条件:

$$\frac{10}{x} - x - 1 = 0.$$

整理为

$$x^2 + x - 10 = 0.$$

取正根:

$$x^* = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2} \approx 2.70.$$

解释：A 的边际收益是 $10/x$ ，B 的边际损害是 x ，资源边际成本是 1，所以有效条件是

$$\frac{10}{x} = x + 1.$$

练习 3：生产外部性的私人均衡、社会最优与庇古税

沿用手写稿例子：

$$C_S(s, x) = s^2 + (x - 3)^2, \quad C_F(f, x) = f^2 + 2x.$$

求私人排污量、社会有效排污量、最优庇古税。

详细解答

污染企业私人问题：

$$\max_{s, x} p_s s - s^2 - (x - 3)^2.$$

关于 x 的一阶条件为

$$-2(x - 3) = 0 \Rightarrow x^p = 3.$$

社会计划者关于 x 的目标部分为

$$-(x - 3)^2 - 2x.$$

一阶条件为

$$-2(x - 3) - 2 = 0 \Rightarrow x^* = 2.$$

边际外部损害为

$$C_{Fx} = 2.$$

最优庇古税为

$$\tau^* = 2.$$

加税后企业关于 x 的一阶条件：

$$-2(x - 3) - \tau = 0.$$

令 $\tau = 2$ 得

$$-2(x - 3) - 2 = 0 \Rightarrow x = 2,$$

正好实现社会有效排污量。

练习 4：非线性损害下的最优税

设

$$C_S(s, x) = s^2 + (x - 4)^2, \quad C_F(f, x) = f^2 + \frac{\alpha}{2}x^2, \quad \alpha > 0.$$

求私人排污量、社会有效排污量与最优税。

详细解答

私人排污量满足

$$-\frac{\partial C_S}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow -2(x-4) = 0,$$

所以

$$x^p = 4.$$

社会有效条件为

$$-\frac{\partial C_S}{\partial x} = \frac{\partial C_F}{\partial x}.$$

代入:

$$-2(x-4) = \alpha x.$$

整理:

$$8 - 2x = \alpha x \Rightarrow x^* = \frac{8}{\alpha + 2}.$$

因为 $\alpha > 0$, 有 $x^* < 4$ 。

最优庇古税等于有效点处的边际损害:

$$\tau^* = C_{Fx}(x^*) = \alpha x^* = \frac{8\alpha}{\alpha + 2}.$$

练习 5: 产权交易为什么能实现效率

仍设两个企业的成本为 $C_S(s, x)$, $C_F(f, x)$, 且 $C_{Sx} < 0$, $C_{Fx} > 0$ 。若受害企业拥有清洁空气权, 污染企业要按价格 q 购买每单位排污权。证明市场交易可以实现有效条件。

详细解答

污染企业:

$$\max_{s, x} p_s s - qx - C_S(s, x).$$

一阶条件:

$$p_s = C_{Ss}, \quad q = -C_{Sx}.$$

受害企业出售排污权得到收入 qx , 但承受污染成本:

$$\max_f p_f f + qx - C_F(f, x).$$

对于 x , 其最优出售量满足

$$q = C_{Fx}.$$

联立两式:

$$-C_{Sx} = C_{Fx}.$$

这正是社会有效条件。经济含义是: 排污权价格 q 同时等于污染者的边际节省和受害者的边际损害, 于是污染的边际私人收益等于边际社会成本。

练习 6：正外部性导致供给不足

果园与养蜂人的成本为

$$C_A(a) = a^2, \quad C_H(h, a) = h^2 - \beta a, \quad \beta > 0.$$

产品价格分别为 p_a, p_h 。求分散决策和合并决策下的 a ，并解释。

详细解答

分散决策中，果园只管自己的利润：

$$\max_a p_a a - a^2.$$

一阶条件：

$$p_a - 2a = 0 \Rightarrow a^p = \frac{p_a}{2}.$$

合并决策中，联合利润为

$$\max_{a,h} p_a a + p_h h - a^2 - (h^2 - \beta a).$$

关于 a 的一阶条件：

$$p_a - 2a + \beta = 0.$$

所以

$$a^* = \frac{p_a + \beta}{2}.$$

由于 $\beta > 0$,

$$a^* > a^p.$$

解释：果园种树给养蜂人带来边际收益 β ，但分散决策时果园拿不到这部分收益，所以种植量不足。

练习 7：公地悲剧的计算

公共牧场的总产出价值为

$$f(C) = 100C - C^2,$$

每头牛的成本为 $a = 20$ 。求社会最优使用量 C^* 与开放进入使用量 $\hat{C}$ 。

详细解答

社会最优：

$$\max_C f(C) - 20C = 100C - C^2 - 20C = 80C - C^2.$$

一阶条件：

$$80 - 2C = 0 \Rightarrow C^* = 40.$$

开放进入：进入直到平均收益等于成本：

$$\frac{f(C)}{C} = 20.$$

由于

$$\frac{100C - C^2}{C} = 100 - C,$$

所以

$$100 - C = 20 \Rightarrow \hat{C} = 80.$$

因此

$$\hat{C} = 80 > C^* = 40.$$

开放进入导致过度使用。

练习 8：公共资源捕鱼博弈的纳什均衡

两人收益为

$$\pi_i = y_i [A - (y_i + y_j)^2], \quad A > 0.$$

求对称纳什均衡。

详细解答

对 y_i 求导：

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial y_i} = A - (y_i + y_j)^2 - 2y_i(y_i + y_j) = 0.$$

展开：

$$A - 3y_i^2 - 4y_i y_j - y_j^2 = 0.$$

对称均衡中 $y_i = y_j = y$ ，代入：

$$A - 8y^2 = 0.$$

所以

$$y^{NE} = \sqrt{\frac{A}{8}}.$$

手写稿中 $A = 200$ ，所以

$$y^{NE} = \sqrt{25} = 5.$$

练习 9：捕鱼博弈的社会最优

沿用练习 8。若社会计划者要求两人对称选择 $y_A = y_B = y$ ，求社会最优 y^* ，并与纳什均衡比较。

详细解答

总收益为

$$W = 2y[A - (2y)^2] = 2Ay - 8y^3.$$

一阶条件：

$$2A - 24y^2 = 0 \Rightarrow y^* = \sqrt{\frac{A}{12}}.$$

而纳什均衡为

$$y^{NE} = \sqrt{\frac{A}{8}}.$$

由于

$$\frac{1}{8} > \frac{1}{12},$$

所以

$$y^{NE} > y^*.$$

这说明个人捕鱼量过高。

当 $A = 200$ 时,

$$y^* = \sqrt{\frac{200}{12}} = \sqrt{\frac{50}{3}} \approx 4.08,$$

非常接近手写稿中用于构造收益矩阵的合作选择 4。

练习 10：收益矩阵与囚徒困境

仍设

$$\pi_i = y_i [200 - (y_i + y_j)^2].$$

两人只能选择 4 或 5。计算收益矩阵，并说明纳什均衡和帕累托改进。

详细解答

若 (4, 4):

$$V = 200 - 8^2 = 136, \quad \pi_i = 4 \times 136 = 544.$$

若 (5, 5):

$$V = 200 - 10^2 = 100, \quad \pi_i = 5 \times 100 = 500.$$

若 A 选 5、B 选 4:

$$V = 200 - 9^2 = 119,$$

$$\pi_A = 5 \times 119 = 595, \quad \pi_B = 4 \times 119 = 476.$$

反过来同理。

收益矩阵为

	B : 4	B : 5
A : 4	(544, 544)	(476, 595)
A : 5	(595, 476)	(500, 500)

给定 B 选 4, A 选 5 更好; 给定 B 选 5, A 选 5 也更好。因此 A 的严格优势策略是 5, B 同理, 唯一纳什均衡是 (5, 5)。但 (4, 4) 让双方都得到 $544 > 500$, 所以 (4, 4) 帕累托优于纳什均衡。

练习 11：无限重复博弈中的合作条件

在练习 10 的博弈中，若使用触发策略：双方从一开始都选 4，只要有人偏离，以后永远选 5。求维持合作所需的最低折现因子。

详细解答

合作现值：

$$V_C = 544 + 544\delta + 544\delta^2 + \cdots = \frac{544}{1 - \delta}.$$

偏离现值：今天偏离得 595，之后被惩罚，每期得 500：

$$V_D = 595 + 500\delta + 500\delta^2 + \cdots = 595 + \frac{500\delta}{1 - \delta}.$$

合作条件：

$$\frac{544}{1 - \delta} \geq 595 + \frac{500\delta}{1 - \delta}.$$

乘以 $1 - \delta$ ：

$$544 \geq 595(1 - \delta) + 500\delta = 595 - 95\delta.$$

因此

$$\delta \geq \frac{51}{95} \approx 0.537.$$

当玩家足够重视未来，即 δ 足够大时，未来惩罚能压住今天偏离的诱惑。

练习 12：公共物品的 Samuelson 条件

两个人对公共物品 G 的效用分别为

$$U_1 = x_1 + 8 \ln G, \quad U_2 = x_2 + 4 \ln G.$$

公共物品每单位成本为 $c = 3$ 。求有效供给量。

详细解答

个体 1 对公共物品的边际愿付为

$$MRS_1 = \frac{\partial U_1 / \partial G}{\partial U_1 / \partial x_1} = \frac{8/G}{1} = \frac{8}{G}.$$

个体 2 为

$$MRS_2 = \frac{4}{G}.$$

公共物品有效供给满足 Samuelson 条件：

$$MRS_1 + MRS_2 = c.$$

代入：

$$\frac{8}{G} + \frac{4}{G} = 3 \Rightarrow \frac{12}{G} = 3 \Rightarrow G^* = 4.$$

注意不是让每个人单独的 MRS 等于成本，而是把所有人的边际愿付加总。

练习 13：交易成本何时阻碍科斯谈判

某污染行为若发生，污染者获益 $B = 100$ ，受害者损害 $D = 70$ 。谈判交易成本为 T 。讨论 $T = 10$ 与 $T = 40$ 时，若受害者拥有清洁权，是否能通过交易实现有效结果？

详细解答

从社会角度看，污染带来的净收益为

$$B - D = 100 - 70 = 30 > 0.$$

所以有效结果是允许污染，但污染者应补偿受害者。

若受害者拥有清洁权，污染者需要购买污染权。可交易剩余是

$$B - D = 30.$$

若交易成本 $T = 10$ ，净交易剩余为

$$30 - 10 = 20 > 0,$$

双方可以找到补偿价格，使污染发生并实现有效结果。

若交易成本 $T = 40$ ，净交易剩余为

$$30 - 40 = -10 < 0,$$

交易不值得发生。受害者会继续禁止污染，但这不是社会有效结果。此例说明交易成本会破坏科斯定理的效率结论。

附录：手写原图备查

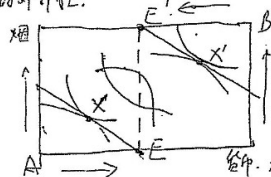
外部性

定义：个人（企业/人）经济活动对他人造成的影响而又不通过市场价格体系来反映。

消费外部性：一个消费者直接为另一个经济主体人的消费消费
 生产外部性：一个厂商的生产可能受到另一个厂商或消费者选择影响

与前面的区别，以从A去开烟店为例。

一、消费的外部性



与前面的区别，以从A去开烟店为例。

A是吸烟者，以烟个各所→用个

B是啤酒，烟↓啤酒↑→用个

初始要试：假设A,B都同10美元，所以

蒙氏位于E'E'重线上，何位置？烟烟和啤酒啤酒

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

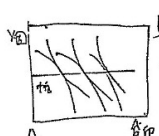
若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择

若可以自由选择，这选择



可能的烟烟为X或X'

若法定不准吸烟，则A和B都开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若法定允许吸烟，则B和A开烟店

若偏好相似性，可能
 存在一阶导数外部效应（烟量）
 对引致外部性商品需求
 无“加入效应”

二、生产的外部性

假设：S的成本函数为 $C_S(S, X)$

F的成本函数为 $C_F(F, X)$

F.O.C. $P_S = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial S}$

F.O.C. $P_F = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial F}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

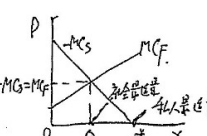
F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_S(S, X)}{\partial X}$

F.O.C. $0 = \frac{\partial C_F(F, X)}{\partial X}$



例： $C_S(S, X) = S^2 + (X-3)^2$
 $C_F(F, X) = F^2 + 2X$

合并： $\max_{S, F} P_S S + P_F F - C_S(S, X) - C_F(F, X)$

F.O.C. $P_S = 2S$
 F.O.C. $P_F = 2F$
 F.O.C. $0 = 2(X-3)$
 F.O.C. $0 = 2$

解： $S = \frac{P_S}{2}$
 $F = \frac{P_F}{2}$
 $X = 3$
 $X = 2$

解： $S = \frac{P_S}{2}$
 $F = \frac{P_F}{2}$
 $X = 3$
 $X = 2$

办法一：钢厂生产出的烟有负外部性，可以通过合并企业的利润最大化看出，这是

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

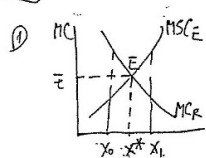
解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

解决外部性的一种办法。

办法二 政府干预 ① 确定最优污染标准 ② 征收污染税



① 政府确定X*水平的污染!

完全消除污染可能, 关键是要确定水平。

MSC是污染的社会成本, 相对于前面的MCF, 假设X越大, MSC越大。
MCR = 降低污染水平的边际成本, 污染X越大, 降低单位污染的成本越大。(也可以理解为边际收益)
在X0点, MCR > MSC, 清除X的边际成本 > 污染的社会成本, 有净收益。
在X1点, MCR = MSC, 达到最优污染水平。
最低污染 MSC = MCR。

② 征收污染税。max $\Pi = S - C(S, X) - tX$ 使 $t = MCF$ (污染的边际成本)
F.O.C $P_S = \frac{\partial C}{\partial S}$ 或 $t = MSC_E$ (社会边际成本)
 $-\frac{\partial C}{\partial X} - t = 0$ 表明只要政府按最优污染标准征税, 企业max Π 符合社会利益。

办法三 明确产权。(9 新污染标准)
A. 产权判给钢厂。

$$\begin{aligned} \max \Pi_S &= B_S - qX - C(S, X) \\ \max \Pi_F &= P_F + qX - C_F(X, S) \\ \text{F.O.C } P_S &= \frac{\partial C}{\partial S} \quad q = -\frac{\partial C}{\partial X} \\ P_F &= \frac{\partial C_F}{\partial X} \quad q = \frac{\partial C_F}{\partial X} \end{aligned}$$

B. 产权判给钢厂。X = 最大污染量, X = 最终污染量

$$\begin{aligned} \max \Pi_S &= B_S + q(X - X_0) - C(S, X) \\ \max \Pi_F &= P_F + q(X - X_0) - C_F(X, S) \\ \text{F.O.C } q &= -\frac{\partial C}{\partial X} \quad P_S = \frac{\partial C}{\partial S} \\ q &= \frac{\partial C_F}{\partial X} \quad P_F = \frac{\partial C_F}{\partial X} \end{aligned}$$

新标准: 只要法定权利可自由交易, 且交易成本为0, 那么产权最初分配对资源配置效率是无关的。由这 $\Rightarrow$ 帕累托最优。

正外部性的例子

苹果园 $C_A(a) = a^2$ 养蜂者 $C_H(h) = h^2 - a$

$$\begin{aligned} \max \Pi_A &= P_A \cdot a - C_A(a) & \max \Pi_H &= P_H \cdot h - C_H(h) \\ \text{F.O.C } P_A &= 2a & \text{F.O.C } P_H &= 2h \\ \Rightarrow a^* &= P_A/2 & h^* &= P_H/2 \end{aligned}$$

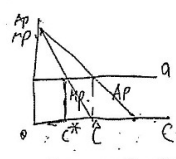
联合利润 $\max \Pi = P_A a + P_H h - a^2 - (h^2 - a)$

$$\begin{aligned} \text{F.O.C } P_A &= 2a - 1 & P_H &= 2h \\ \Rightarrow a &= P_A/2 + 1/2 & h &= P_H/2 \end{aligned}$$

$a > a^*$ 苹果园增加产量

三. 土地配置: 两针配置 < 租变化
买一头母牛花a元。
c头, f(c)为牛奶价值, 每头价值t(c)/c。

$$\begin{aligned} \max \Pi &= t(c) - ac \\ \text{F.O.C } MP(c^*) &= a \\ \text{边际产量于单位成本} & \\ \text{直到 } \frac{t(c)}{c} &= a = AP(c) \\ \text{即 } t(c) - ac &= 0 \end{aligned}$$



结论: 随着a增加AP下降, 即 $\frac{\partial AP}{\partial a} < 0$ 。
和数量c增加, 单位产量减少。
 $\therefore$ 土地数量 $c > c^*$

利润降到0为止。

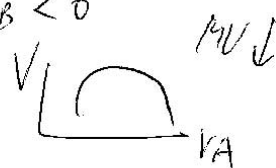
公地悲剧的博论解释

A, B 两人决定在公有牧场放牧

 $V_A, V_B \rightarrow$ 放牧数量每头牛价值 $V(V_A, V_B) = 200 - (V_A + V_B)^2$

$$\frac{\partial V}{\partial V_A} = -2(V_A + V_B) = \frac{\partial V}{\partial V_B} < 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial V_A \partial V_A} < 0 \quad \frac{\partial V}{\partial V_B \partial V_B} < 0$$



$$A \text{ 的决策是 } \max_{V_A} V = \max_{V_A} [200V_A - V_A(V_A + V_B)^2]$$

$$\begin{aligned} \text{F.O.C.} \quad & 200 - 2V_A^2 - 2V_A V_B - V_A^2 - 2V_A V_B - V_B^2 \\ & = 200 - 3V_A^2 - 4V_A V_B - V_B^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{同理 } B: \quad 200 - 3V_B^2 - 4V_B V_A - V_A^2 = 0$$

$$\text{又因为 } V_A = V_B \quad \text{得} \quad 200 = 8V_A^2 = 8V_B^2$$

$$\therefore V_A = V_B = 5 \rightarrow NE$$

$$V_A \cdot V = 5(200 - (10)^2) = 500$$

$$\text{if } V_A = V_B = 4, \quad \text{得} \quad 4(200 - (8)^2) = 544$$

$$\begin{aligned} V_A = 5, V_B = 4, \quad \text{得} \quad & V_A = 595 \\ & V_B = 476 \end{aligned}$$

payoff matrix.

		B	
		4	5
A	4	544, 544	476, 595
	5	595, 476	500, 500

$$NE = (5, 5)$$

若从困境 (4, 4), 则有单方面偏离之动机

若 A 选 4, $B: 3r_B^2 - 16r_B - 184 = 0$

(4, 4) 为纳什均衡 $\Rightarrow r_B = 5.6$ (选 5)

决策不可信, $\Rightarrow$ "P.D. Game" 囚徒困境

无限次重复, 贴现因子 δ

一直合作: $544 + 544\delta + 544\delta^2 + \dots = 544 \cdot \frac{1}{1-\delta}$

背叛一次

永远惩罚 $595 + 500\delta + 500\delta^2 + \dots = 595 + \frac{500\delta}{1-\delta}$

合作条件: $544 \cdot \frac{1}{1-\delta} > 595 + \frac{500\delta}{1-\delta}$

(SPE)

$\Rightarrow \delta > 0.51/0.95 = 0.54$

$\leftarrow$ 一般认为 0.5

若 0.53 也, 则

$\Rightarrow$ "不是" (讨价还价)